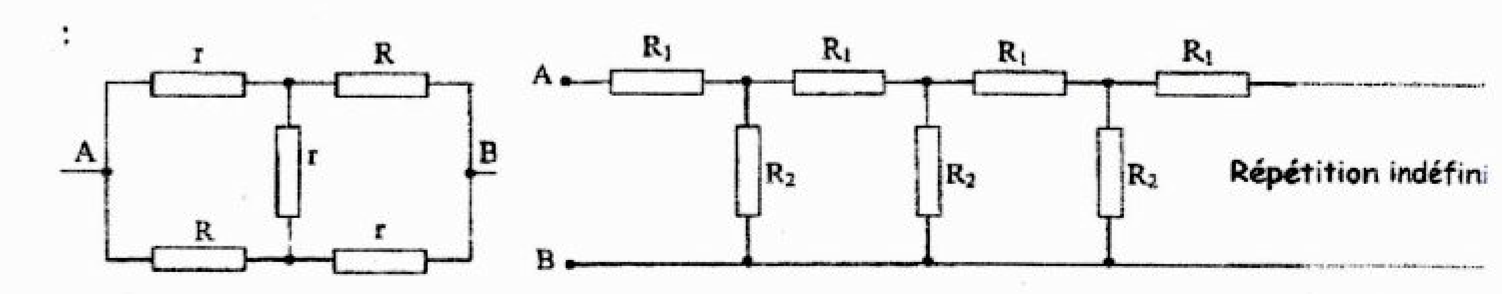
TD de physique - Electrocinétique

1ère Année du cycle préparatoire

Série 2

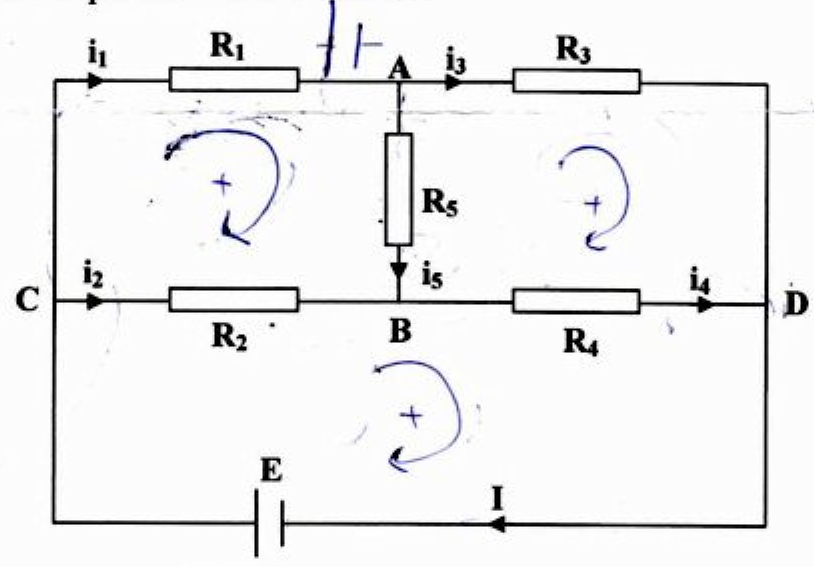
Exercice 1:

Calculer la résistance entre les bornes A et B de chacun des deux circuits suivants:



Exercice 2:

Soit le circuit représenté par le schéma ci dessous:



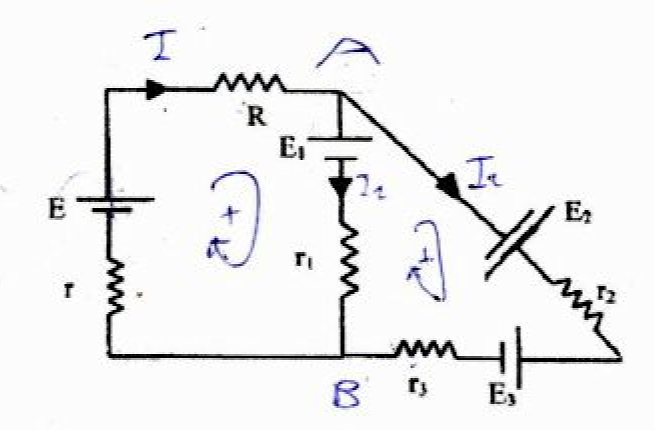
1- Trouver le courant i5 en appliquant les lois de Kirchhoff.
2- Que devient cette expression si R1=R0, R2=2R0, R3=R0, R4=4R0, R5=5R0.
3- Trouver le courant i5 en appliquant le théorème de Thévenin.

Exercice 3:

Dans un circuit composé de quatre générateurs E, E_1 , E_2 , E_3 et de plusieurs résistances avec:
E =10V, E_1 = 2V, E_2 = 5V, E_3 = 3V et $r = r_1 = r_2 == r_3 = 2\ \Omega$.

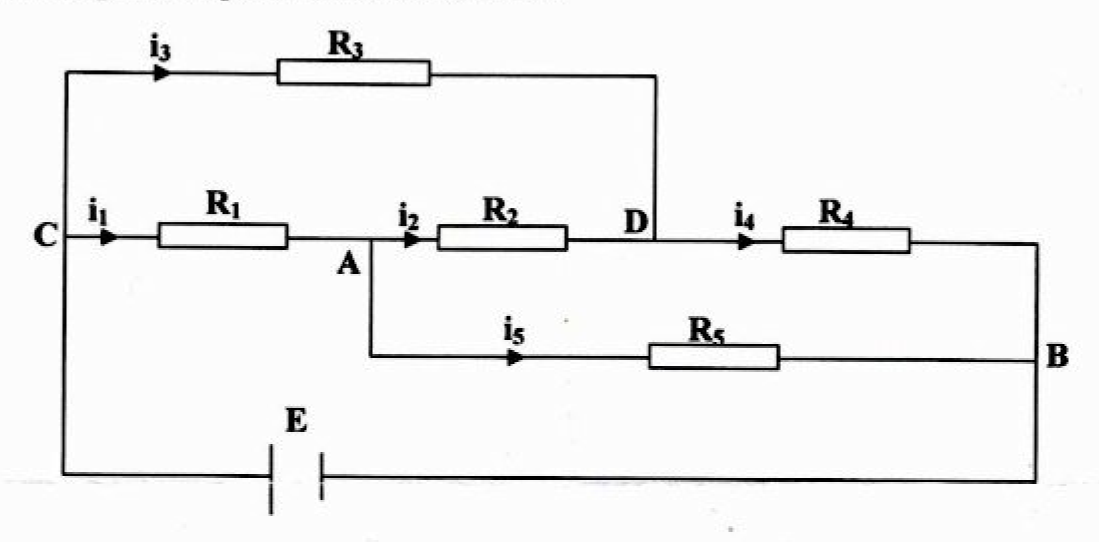
1 - Utiliser les lois de Kirchhoff pour calculer les trois courants I, I_1 et 1_2 .
   - Pour quelle valeur de E_3 le courant I_2 est nul
2- Utiliser le théorème de Thevenin pour calculer le courant I dans la branche AB
3- Utiliser le théorème de Norton pour calculer le même courant I.





Exercice 4:

Soit le circuit représenté par le schéma ci dessous:

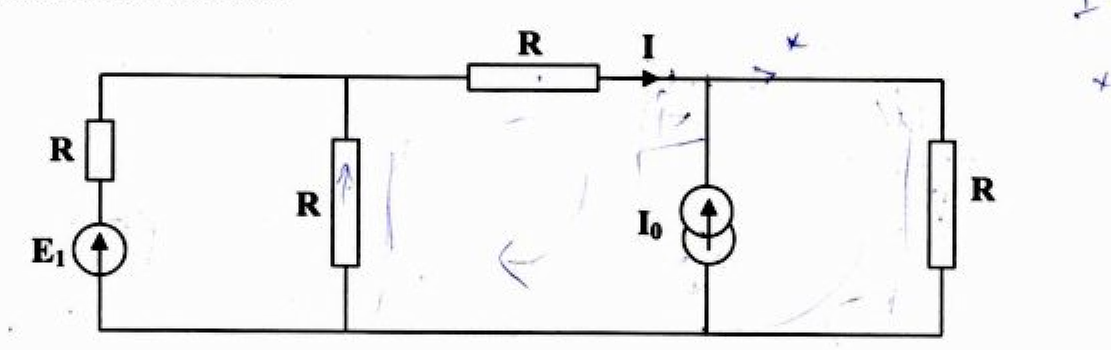


Trouver le courant i5 en appliquant le théorème de Thévenin.

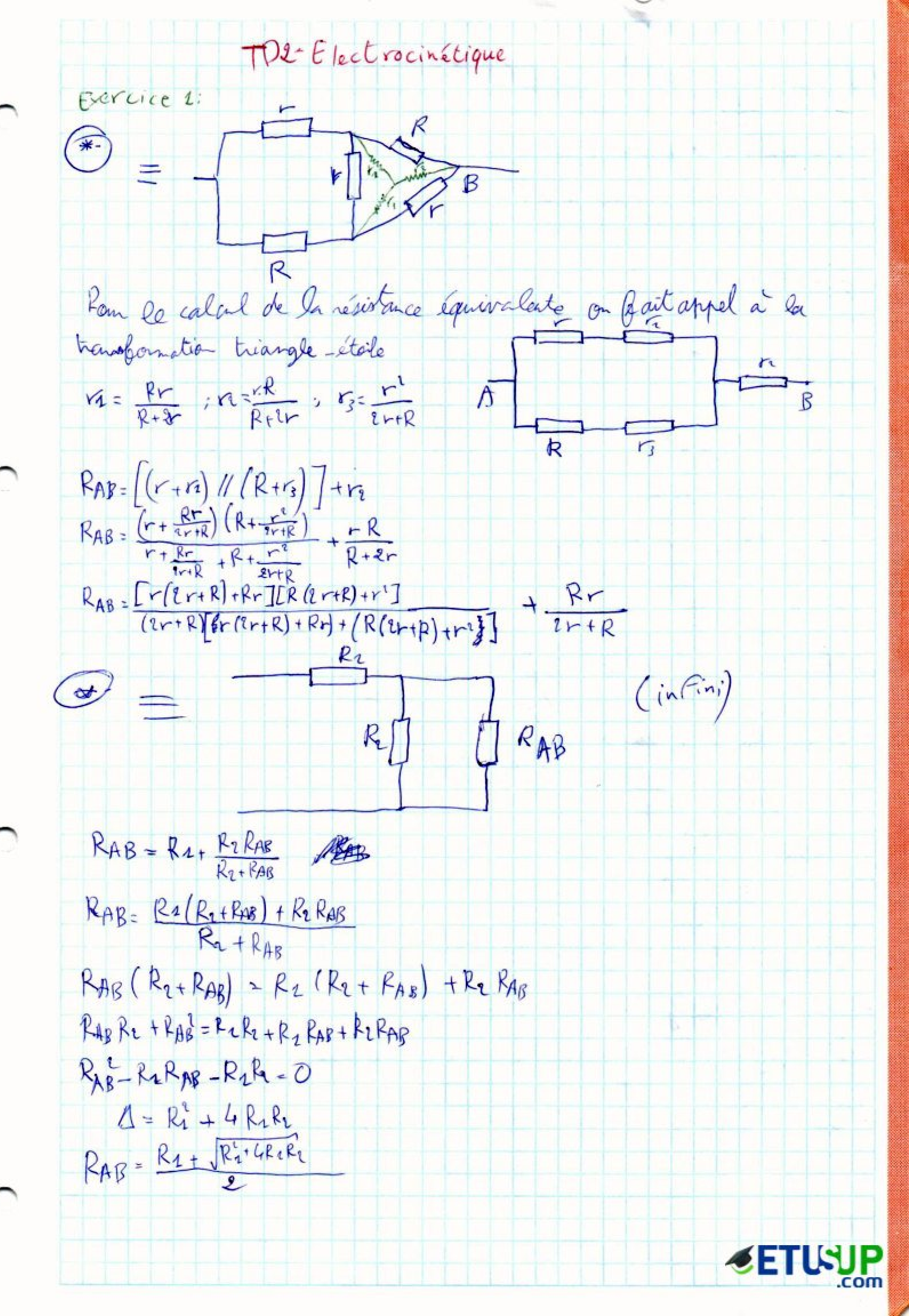
Exercice 5:

Soit le circuit de la figure ci-dessous ou on a deux sources idéales: une source de tension E_1 et une source de courant I_0. Déterminez le courant I traversant la résistance R en utilisant:

1- Le théorème de superposition.
2- Le théorème de Thévenin.
3- Le théorème de Norton.







TD2- Electrocinétique

Exercice 1:

(*) ≡

Pour le calcul de la résistance équivalente on fait appel à la transformation triangle-étoile

$r_1 = \frac{Rr}{R+2r}$; $r_2 = \frac{rR}{R+2r}$; $r_3 = \frac{r^2}{2r+R}$

$$R_{AB} = \left[(r+r_1) \,//\, (R+r_3)\right] + r_2$$

$$R_{AB} = \frac{\left(r+\frac{Rr}{2r+R}\right)\left(R+\frac{r^2}{2r+R}\right)}{r+\frac{Rr}{2r+R}+R+\frac{r^2}{2r+R}} + \frac{rR}{R+2r}$$

$$R_{AB} = \frac{[r(2r+R)+Rr][R(2r+R)+r^2]}{(2r+R)[r(2r+R)+Rr+(R(2r+R)+r^2)]} + \frac{Rr}{2r+R}$$

(*) ≡

(infini)

$$R_{AB} = R_1 + \frac{R_2 R_{AB}}{R_2 + R_{AB}}$$

$$R_{AB} = \frac{R_1(R_2+R_{AB}) + R_2 R_{AB}}{R_2 + R_{AB}}$$

$$R_{AB}(R_2+R_{AB}) = R_1(R_2+R_{AB}) + R_2 R_{AB}$$

$$R_{AB} R_2 + R_{AB}^2 = R_1 R_2 + R_1 R_{AB} + R_2 R_{AB}$$

$$R_{AB}^2 - R_1 R_{AB} - R_1 R_2 = 0$$

$$\Delta = R_1^2 + 4 R_1 R_2$$

$$R_{AB} = \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}}{2}$$

TD2 - EC

Loi d'Ohm généralisée

$$V_A - V_B = \left[\sum R_i + \sum r_i + \sum r'_i\right] I + \sum E'_i - \sum E_i$$

$$V_A - V_B = I \sum R - \sum E$$

E_i : les f.e.m des générateurs

r_i : leurs résistances internes

E'_i : les f.e.m des récepteurs

r'_i : leurs résistances

R_i : les résistances du circuit

$V_A - V_B$: la ddp entre A et B

- Pour utiliser la loi d'Ohm généralisée on adopte les conventions suivantes :

+ On choisi un sens conventiel

+ E est affecté par le signe du pole par lequel on sort du générateur

+ E' " " de même signe que I

<u>Exemple</u> : Dans les 2 cas on parcourt la branche de A vers B

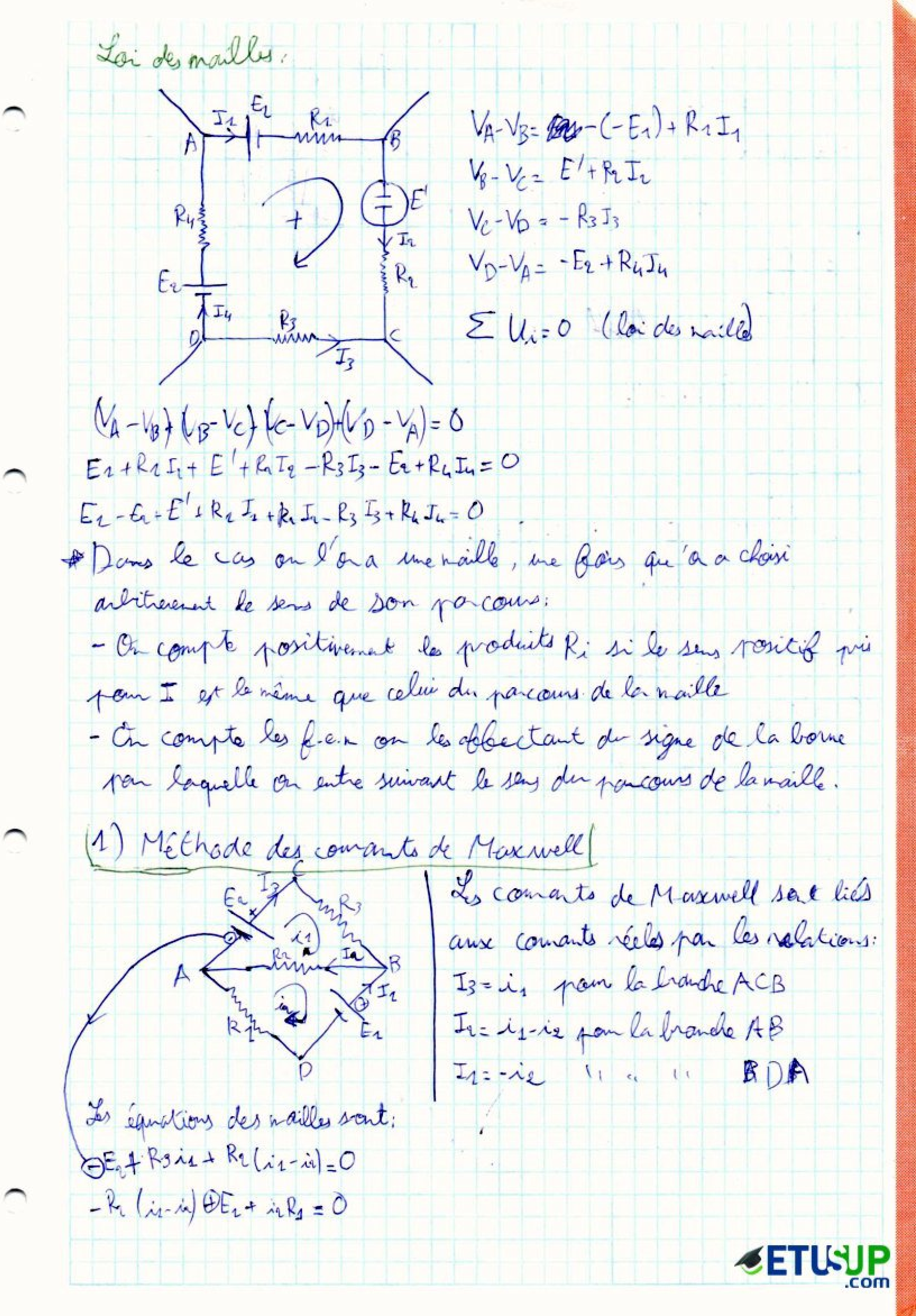
A R I E E' B (circuit 1) | A R E I B (circuit 2)

$V_A - V_B = RI - (+E) + E'$

Signe de la loi d'Ohm ; signe de par laquelle on sort

$V_A - V_B = -RI - (+E) - E'$

parcours de la branche ≠ sens de I ; même signe que I



Loi des mailles :

$V_A - V_B = -(-E_1) + R_1 I_1$

$V_B - V_C = E' + R_2 I_2$

$V_C - V_D = -R_3 I_3$

$V_D - V_A = -E_2 + R_4 I_4$

$\sum U_i = 0$ (loi des mailles)

$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$

$E_1 + R_1 I_1 + E' + R_2 I_2 - R_3 I_3 - E_2 + R_4 I_4 = 0$

$E_1 - E_2 + E' + R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_4 I_4 = 0$

* Dans le cas où l'on a une maille, une fois qu'on a choisi arbitrairement le sens de son parcours :

- On compte positivement les produits R_i si le sens positif pris pour I est le même que celui du parcours de la maille
- On compte les f.e.m en les affectant du signe de la borne par laquelle on entre suivant le sens du parcours de la maille.

1) Méthode des courants de Maxwell

Les courants de Maxwell sont liés aux courants réels par les relations :

$I_3 = i_1$ pour la branche ACB

$I_2 = i_1 - i_2$ pour la branche AB

$I_1 = -i_2$ " " " BDA

Les équations des mailles sont :

$-E_2 + R_3 i_1 + R_2 (i_1 - i_2) = 0$

$-R_2 (i_1 - i_2) + E_1 + i_2 R_1 = 0$

On obtient :

$(R_3+R_2)i_1 - R_2 i_2 = E_2$

$-R_2 i_1 + (R_1+R_2) i_2 = -E_1$

C'est un système de Cramer

$$\begin{cases} ax+by = E_1 \\ cx+dy = E_2 \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & b \\ E_2 & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{E_1 d - E_2 b}{ad-cb}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{aE_2 - bE_1}{ad-cb}$$

$$i_1 = \frac{\Delta i_1}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_3+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_1+R_2 \end{vmatrix} ; \quad \Delta i_1 = \begin{vmatrix} E_2 & -R_2 \\ -E_1 & R_1+R_2 \end{vmatrix} = E_2(R_1+R_2) - E_1 R_2$$

$$\Delta = (R_3+R_2)(R_1+R_2) - R_2^2$$

$$i_2 = \frac{\Delta i_2}{\Delta}$$

$$\Delta i_2 = \begin{vmatrix} R_3+R_2 & E_2 \\ -R_2 & E_1 \end{vmatrix} = (R_3+R_2)E_1 + R_2 E_2$$

Application numérique :

$R_1 = 10\,\Omega$; $R_2 = 10\,\Omega$; $R_3 = 5\,\Omega$; $E_1 = 40V$; $E_2 = 10V$

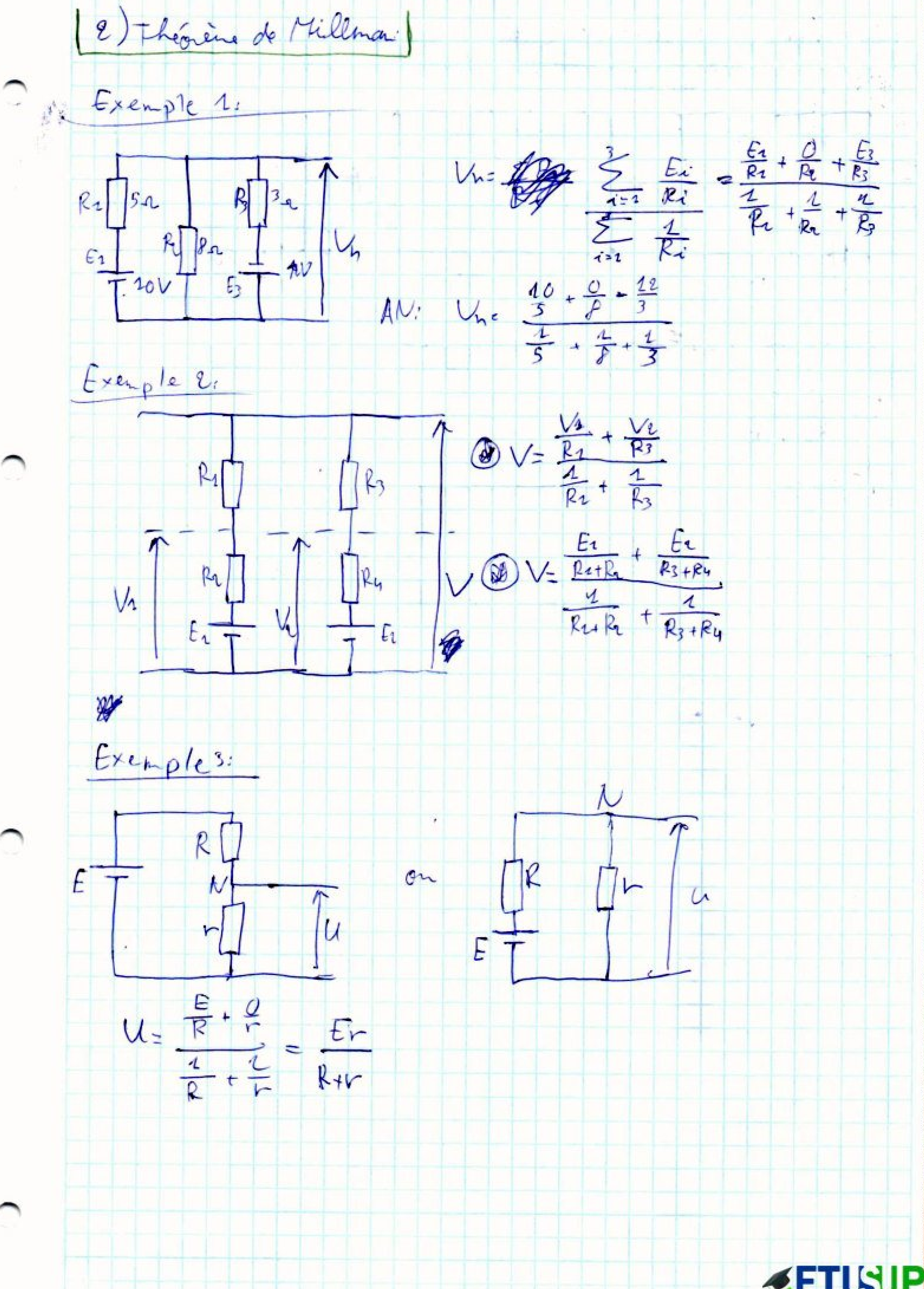
On obtient

$i_1 = -1A$ et $i_2 = -\frac{5}{2} A$

Par conséquent

$I_1 = -i_2 = \frac{5}{2} A$; $I_2 = i_1 - I_1 = \frac{3}{2} A$; $I_3 = i_1 = -1A$





2) Théorème de Millman

Exemple 1 :

$$V_n = \frac{\sum_{i=1}^{3} \frac{E_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{R_i}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{0}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

AN : $$V_n = \frac{\frac{10}{5} + \frac{0}{8} - \frac{12}{3}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3}}$$

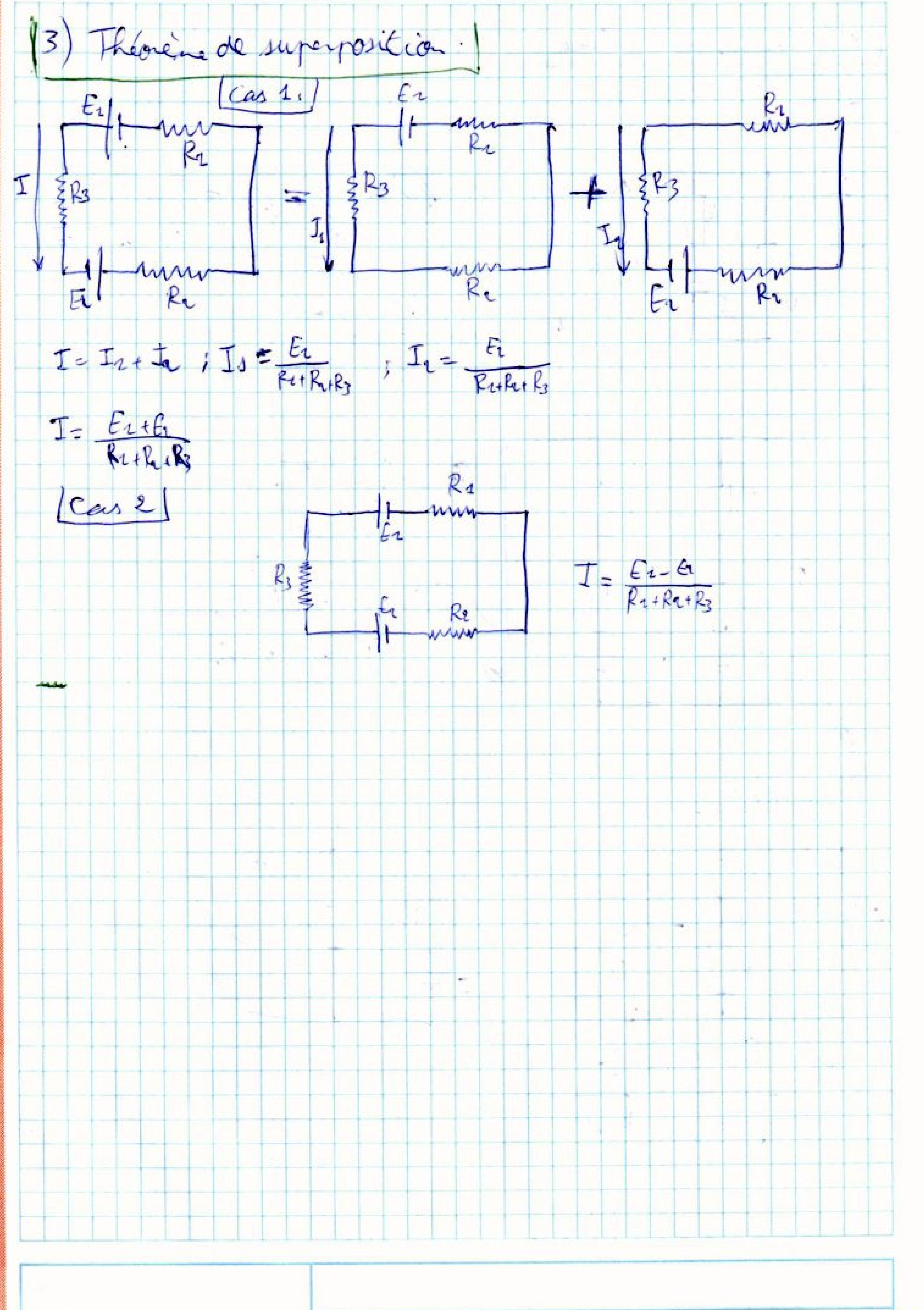
Exemple 2 :

$$V = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V = \frac{\frac{E_1}{R_1+R_2} + \frac{E_2}{R_3+R_4}}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_3+R_4}}$$

Exemple 3 :

$$U = \frac{\frac{E}{R} + \frac{0}{r}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}} = \frac{Er}{R+r}$$



3) Théorème de superposition.

Cas 1 :

$I = I_1 + I_2$; $I_1 = \frac{E_1}{R_1+R_2+R_3}$; $I_2 = \frac{E_2}{R_1+R_2+R_3}$

$I = \frac{E_1+E_2}{R_1+R_2+R_3}$

Cas 2

$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1+R_2+R_3}$

TD2 E.C

Théorème de Thevenin

I_2 ?

$$I' = \frac{E_{th}}{R_{th}+R_2}$$

$$I_2 = -I'$$

Etape 1. Debrancher la resistance R_2 pour faire apparaître le dipôle [AB] par conséquent trouver E_{th} et R_{th}.

* Calcul de R_{th} :

$$R_{th} = R_{AB} = \frac{R_1 R_3}{R_1+R_3}$$

(On court-circuite les générateurs)

* Calcul de E_{th} ($I_2 = 0$ circuit ouvert)

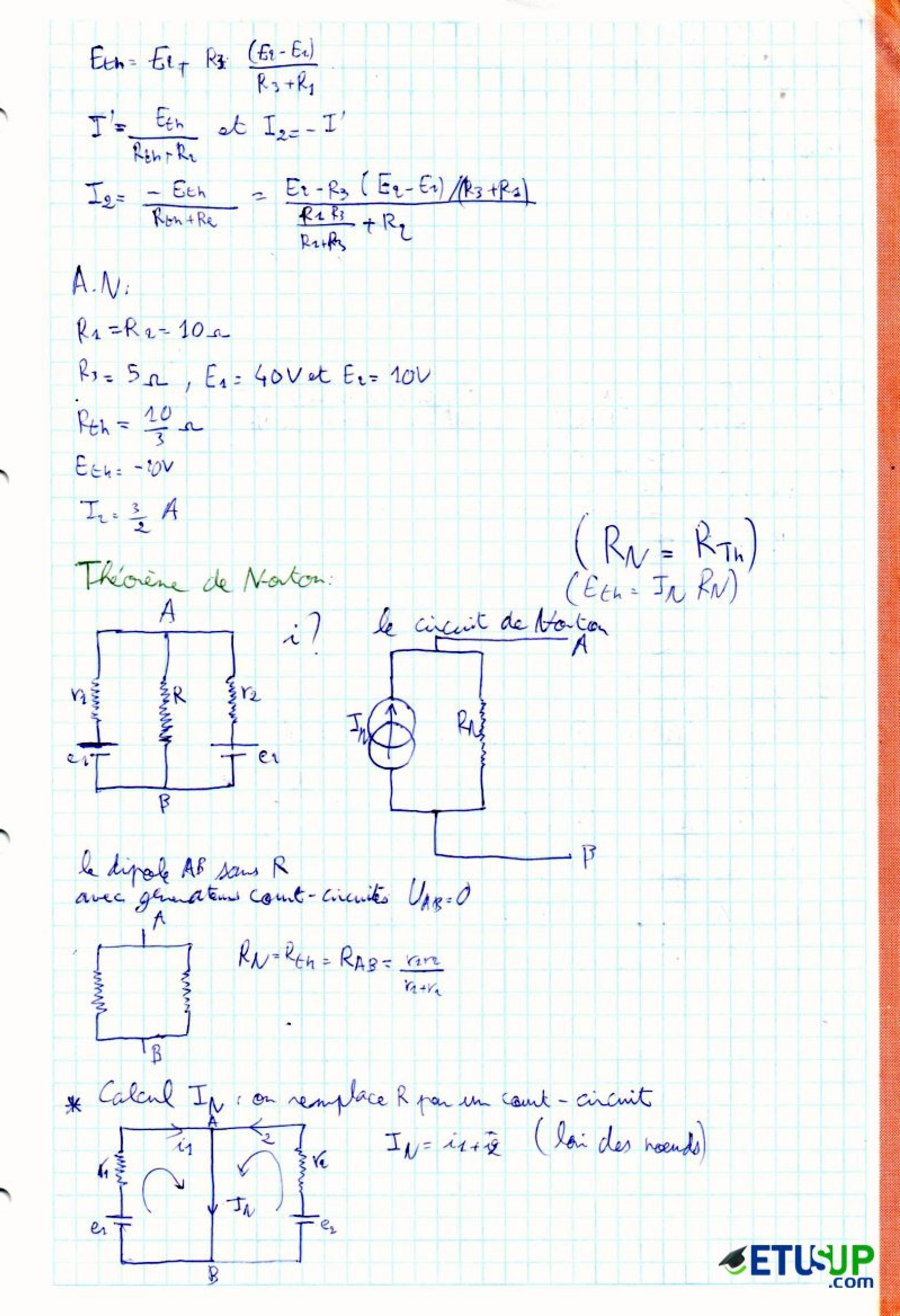
$$E_{th} = V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$$

$$= -E_2 + R_3 i$$

Loi des mailles nous donne $-E_2 + R_3 i + E_1 + R_1 i = 0$

$$i = \frac{E_2 - E_1}{R_3 + R_1}$$





$$E_{th} = E_1 + R_3 \frac{(E_2 - E_1)}{R_3 + R_1}$$

$$I' = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_2} \quad \text{et} \quad I_2 = -I'$$

$$I_2 = \frac{-E_{th}}{R_{th} + R_2} = \frac{E_2 - R_3 (E_2 - E_1)/(R_3 + R_1)}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2}$$

A.N :

$R_1 = R_2 = 10\,\Omega$

$R_3 = 5\,\Omega$, $E_1 = 40V$ et $E_2 = 10V$

$R_{th} = \frac{10}{3}\,\Omega$

$E_{th} = -20V$

$I_2 = \frac{3}{2}\,A$

Théorème de Norton :

$(R_N = R_{Th})$

$(E_{th} = I_N R_N)$

i ? le circuit de Norton

le dipole AB sans R

avec générateurs court-circuités $U_{AB} = 0$

$R_N = R_{th} = R_{AB} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

* Calcul I_N : on remplace R par un court-circuit

$I_N = i_1 + i_2$ (loi des noeuds)

D'après la loi des mailles

$-e_1 + r_1 i_1 = 0$

$i_1 = \frac{e_1}{r_1}$

$-e_2 + r_2 i_2 = 0$

$i_2 = \frac{e_2}{r_2}$

$I_N = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2}$

$i_{AB} = i = \frac{E_{th}}{R + R_{th}} = \frac{R_N I_N}{R + R_N}$ (d'après l'équivalence entre le circuit de Thévenin et celui de Norton)

$$i = \frac{\left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right)\left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2}\right)}{R + \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right)}$$

Exercice 2 :

1) <u>Loi des mailles :</u>

maille CAB : $R_1 i_1 + R_5 i_5 - R_2 i_2 = 0$ (1)

maille CBDE : $R_2 i_2 + R_4 i_4 - E = 0$ (2)

maille CADE : $R_1 i_1 + R_3 i_3 - E = 0$ (3)

<u>Loi des noeuds :</u>

noeud A : $i_1 = i_3 + i_5$; $i_3 = i_1 - i_5$

noeud B : $i_4 = i_2 + i_5$; $i_2 = i_4 - i_5$



TD2-EC

[illegible]

Exercice 2 :

1) Loi des mailles :

$$\begin{cases} R_1 i_1 + R_5 i_5 - R_2 i_2 = 0 \\ R_2 i_2 + R_4 i_4 - E = 0 \\ R_1 i_1 + R_3 i_3 - E = 0 \end{cases}$$

Loi des noeuds

$i_1 = i_3 + i_5 \Rightarrow i_3 = i_1 - i_5$

$i_4 = i_5 + i_2 \Rightarrow i_2 = i_4 - i_5$

$$\begin{cases} R_1 i_1 + R_5 i_5 - R_2 (i_4 - i_5) = 0 \\ R_2 (i_4 - i_5) + R_4 i_4 = E \\ R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_5) = E \end{cases}$$

Après développent et factorisation on obtient

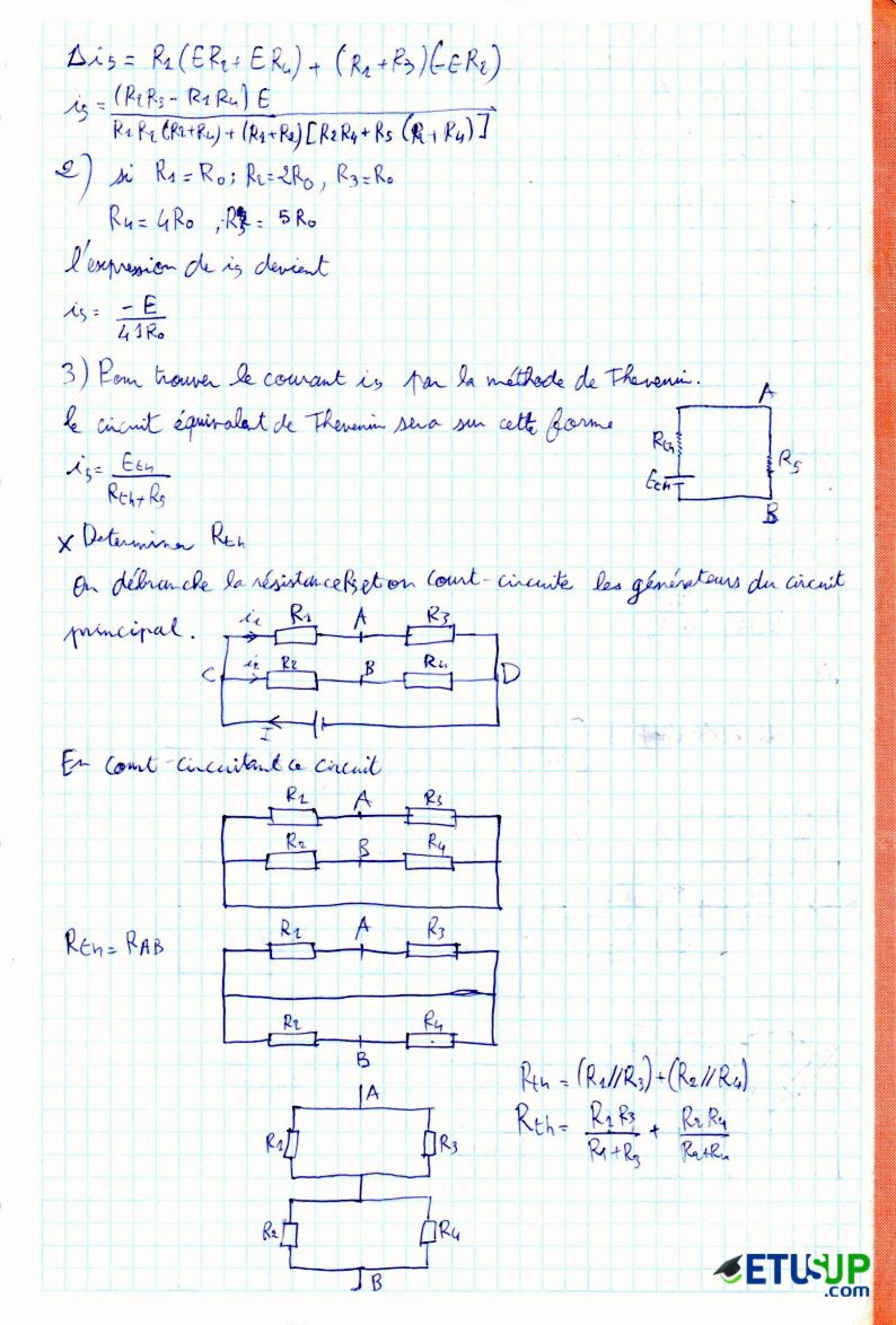
$$\begin{cases} R_1 i_1 - R_2 i_4 + (R_5 + R_2) i_5 = 0 \\ 0 i_1 + (R_2 + R_4) i_4 - R_2 i_5 = E \\ (R_1 + R_3) i_1 + 0 i_4 - R_3 i_5 = E \end{cases}$$

C'est un système de Cramer formé de 3 équations à 3 inconnus

$i_5 = \frac{\Delta i_5}{\Delta}$ avec $\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & -R_2 & R_5 + R_2 \\ 0 & R_2 + R_4 & -R_2 \\ R_1 + R_3 & 0 & -R_3 \end{vmatrix}$

$\Delta i_5 = \begin{vmatrix} R_1 & -R_2 & 0 \\ 0 & R_2 + R_4 & E \\ R_1 + R_3 & 0 & E \end{vmatrix} = R_1 \begin{vmatrix} R_2 + R_4 & E \\ 0 & E \end{vmatrix} + (R_1 + R_3) \begin{vmatrix} -R_2 & 0 \\ R_2 + R_4 & E \end{vmatrix}$





$\Delta i_5 = R_1(ER_2 + ER_4) + (R_1 + R_3)(-ER_2)$

$$i_5 = \frac{(R_2R_3 - R_1R_4)E}{R_1R_2(R_2+R_4) + (R_1+R_2)[R_2R_4 + R_5(R_2+R_4)]}$$

2) si $R_1 = R_0$; $R_2 = 2R_0$, $R_3 = R_0$

$R_4 = 4R_0$, $R_5 = 5R_0$

l'expression de i_5 devient

$$i_5 = \frac{-E}{41R_0}$$

3) Pour trouver le courant i_5 par la méthode de Thevenin.

le circuit équivalent de Thevenin sera sur cette forme

$$i_5 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_5}$$

× Determiner R_{th}

On débranche la résistance R_5 et on court-circuite les générateurs du circuit principal.

En court-circuitant le circuit

$R_{th} = R_{AB}$

$R_{th} = (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4)$

$$R_{th} = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_4}{R_2+R_4}$$

× Déterminer E_{th} (en circuit ouvert) C.O : Circuit ouvert

$E_{th} = V_A - V_B \,/\, C.O$

$= (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$

$= -R_1 i_1 + R_2 i_2$

Loi des mailles:

pour CADE:

$R_1 i_1 + R_3 i_1 - E = 0$

$\Rightarrow i_1 = \frac{E}{R_1 + R_3}$

pour CBDE:

$R_2 i_2 + R_4 i_2 - E = 0$

$i_2 = \frac{E}{R_2 + R_4}$

$E_{th} = \frac{-R_1 E}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 E}{R_2 + R_4}$

$i_5 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_5}$

$= E \left[\frac{R_2}{R_2 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_3} \right] \times \frac{1}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5}$

Exercice 4 :

circuit équivalent de Thévenin

$i_5 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_5}$

$r_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

$r_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

$r_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$



× Determiner R_{th} et E_{th}

Pour déterminer R_{th} on court-circuite le générateur et on débranche la branche AB ~~[illegible]~~

$R_{th} = R_{AB}$ ≡

$$R_{th} = r_3 + ((r_1 + R_4) // r_2) = r_3 + \frac{(r_1 + R_4) \times r_2}{r_1 + r_2 + R_4}$$

× on cherche E_{th} en circuit ouvert

$$E_{th} = V_A - V_B$$
$$= (V_A - V_O) + (V_O - V_B)$$
$$= r_3 \times 0 + (r_1 + R_4) i$$
$$E_{th} = (r_1 + R_4) i$$

* La loi des mailles:

$$i = \frac{E}{r_2 + r_1 + R_4}$$

$$E_{th} = \frac{(r_1 + R_4) E}{r_1 + r_2 + R_4}$$

$$i_5 = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_5} = \frac{\left(\frac{r_1 + R_4}{r_1 + r_2 + R_4}\right) E}{r_3 + \frac{(r_1 + R_4)}{r_1 + r_2 + R_4} + R_5}$$


ETUSUP.com